Задачи по комбинаторика

1. Колко са четирицифрените числа, които съдържат цифрите 1, 2, 3 и 4 точно по един път?

Отг. 4! = 24

1. Пет момчета и три момичета трябва да се подредят в два реда за снимка, като момчетата са прави, а момичетата са седнали пред тях. По колко различни начина могат да се подредят?

А, B, C, D, E -момчета, X, Y, Z -момичета

А D E C B

Y Z X

5! начина за подредба на момчетата

3! начина за подредба на момичетата

5! . 3! = 120 . 6 = 720

Отг. 720

1. Колко двуцифрени числа могат да се напишат с цифрите 1, 2, 3, и 4 без повтаряне на цифрите?

4.3 = 12

Отг. 12

1. От 7 мъже и 4 жени трябва да се избере комисия от 4 души, в която има поне 2 жени. Колко различни начина има за избор на комисията?

А, B, C, D – жени

AB AC AD BC BD CD

AB + CD

6 \* comb(9,2) = 6 \* 36 = 216 ???

Варианти:

2 мъже и 2 жени – comb(7,2) \* comb(4,2) = 21 \* 6 = 126

1 мъж и 3 жени – 7 \* 4 = 28

0 мъже и 4 жени - 1 начин

Общо: 126 + 28 + 1 = 155 начина

Отг. 155

1. Колко са четирицифрените числа, които се делят на 4 и в записа им се срещат само цифрите 1, 2, 3, 4, 5? Разрешено е повторението на цифри.

\_ \_ \_ \_

\_ \_ 1 2 - 5 възможности за първата цифра по 5 възм. за втората цифра

\_ \_ 2 4

\_ \_ 3 2

\_ \_ 4 4

\_ \_ 5 2

* + 1. = 125 числа

Отг. 125

1. Колко са числата от 1 до 1000, които не се делят нито на 5, нито на 7?

1000//5 = 200 числа се делят на 5

1000//7 = 142 числа се делят на 7

1000//35=28 числа, които се делят и на 5 и на 7

Принцип за включване и изключване: 200 + 142 – 28 = 314 – броят на числата, които се делят на 5 или на 7.

1000 – 314 = 686 числа, които не се делят нито на 5, нито на 7.

Отг. 686

1. Колко са шестцифрените числа, в които има две цифри 1, две цифри 2 и две цифри 3? В колко от тези числа няма две съседни еднакви цифри?

122313, 321231, …

. . . . . .

comb(6,2) \* comb(4,2) = 15 \* 6 = 90

1 2 1 3 2 3

1 2 3 1 2 3

1 2 3 1 3 2

1 2 3 2 1 3

1 2 3 2 3 1

1 2 . . . . – 5 числа

1 3 . . . . – 5 числа;

2 1 . . . . , 2 3 . . . . , 3 1 . . . . , 3 2 . . . .

6 варианта за първите 2 цифри

За всеки вариант има 5 възможни продължения

Общо: 6 \* 5 = 30 числа

Отг. 90, 30

1. От град А до град В има 5 пътя, а от В до С има 3 пътя. По колко начина може да стане пътуването от А до С? По-колко начина може да стигнем от А до С и да се върнем обратно в А, ако не минаваме по един и същ път два пъти?

От А до B – 5 начина \* 3 възможни продължения за BC. Общо 15 начина.

Обратно: от C до B – 2 начина и от B до A – 4 начина, за връщане имаме 2.4 = 8 начина.

15 \* 8 = 120 начина за отиване и връщане.

Отг. 15, 120

1. Пет момичета и три момчета трябва да се разделят на два отбора от по четири човека. По колко начина може да стане това, ако във всеки отбор трябва да има поне едно момче?

A, B, C – момчета

{ A, \*, \*, \* } – само едно момче – comb(5,3) = 5\*4\*3/(1\*2\*3)=10

{ A, X, \*, \* } – две момчета – 2 \* comb(5,2) = 2 \* 10 = 20

10 + 20 = 30

Отг. 30

1. По колко начина могат да се подредят петима души А, B, C, D и Е в редица, така че А да е преди B в редицата?

\_ \_ \_ \_ \_

\_ A \_ \_ B – 6 начина

10 начина за разполагане на А и В

По 6 начина за разполагане на останалите букви.

10 \* 6 = 60 начина

Отг. 60

1. По колко начина могат да се подредят петима души А, B, C, D и Е в редица, така че B да е непосредствено след A в редицата?

\_ А В \_ \_ - 4 начина за разполагане на двойката А В

4 \* 6 = 24

Отг. 24

1. В книжарница се продават 10 вида коледни картички. По колко различни начина могат да се купят 8 различни картички?

comb(10,8) = comb(10,2) = 10\*9/2 = 45

Отг. 45

1. В книжарница се продават 3 вида коледни картички. По колко различни начина могат да се купят 8 картички, ако от всеки вид трябва да се купи поне една картичка?

x + y + z = 8

1 1 6 - 3 начина

1 2 5 - 6 начина

1 3 4 - 6 начина

2 2 4 - 3 начина

2 3 3 - 3 начина

Общо 21 начина.

к к \* к к к к \* к к

comb(7,2) = 7\*6/2 = 21

Отг. 21

1. В книжарница се продават 4 вида коледни картички. По колко различни начина могат да се купят 12 картички?

0 0 0 12

0 0 1 11

0 0 2 10

...

к к к \* \* к к к к к к к \* к к

1. + 0 + 7 + 2
2. + 2 + 10 + 0

* к к \* к к к к к к к к к к \*

comb(15,3) = 15\*14\*13 / (1\*2\*3) = 5 \* 7 \* 13 = 455

Отг. 455

1. Колко различни низа могат да се получат с разместване на буквите на думата „университет“?

11 букви: у, н, в, р, с - веднъж

и, е, т – два пъти

. . . . . . . . . . .

comb(11,2) \* comb(9,2) \* comb(7,2) \* 5! = 4989600

Отг. 4989600

1. В лекционна зала всеки ред има 10 места. По колко различни начина могат да седнат на един ред 5 студенти?

А, B, C, D, E

1, 2, 3, . . ., 10

10 \* 9 \* 8 \* 7 \* 6 = 30240

Отг. 30240

1. Комисия от 10 мъже и 4 жени трябва да избере председател, заместник-председател и секретар, като точно един от избраните е жена. По колко начина може да се стане това?

comb(10,2) \* 4 \* 6 = 45 \* 4 \* 6 = 1080

Отг. 1080

1. По колко начина могат да се подредят в редица 5 младежи и 4 девойки така, че всяка девойка да е между двама младежи ?

М Д М Д М Д М Д М

5! \* 4! = 120 \* 24 = 2880

Отг. 2880

1. От 40 ученици в един клас 18 ученици учат немски език, 27 – английски език, а 10 ученици не учат нито един от двата езика. Колко са учениците, които учат и двата езика?

А – немски |A| = 18

В – английски |B| = 27

|A = 40 – 10 = 30 A & B – сечение на А и B

|A|A| + |B| - |A & B|

3018 + 27 - |A & B|

|A & B| = 18 + 27 – 30 = 15

Отг. 15

1. По колко начина може да се разпределят 6 различни предмета между 3 лица, така че всеки да получи по 2 предмета?

comb(6,2) \* comb(4,2) = 15 \* 6 = 90 начина

Отг. 90